ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 DÉCEMBRE 1914.

PRÉSIDENCE DE M. P. APPELL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Le principe du minimum de l'énergie d'accélérations et la substitution des liaisons aux forces.* Note de M. **Paul Appell.**

I. Le mouvement d'un système, assujetti à des liaisons quelconques, holonomes ou non, se fait de telle façon qu'à chaque instant t les accélérations rendent minimum la fonction

$$(1) \qquad R = \frac{1}{2}\Sigma m J^2 - \Sigma FJ \cos\widehat{FJ},$$

où J est l'accélération de la masse m et F la force donnée agissant sur cette masse; la première somme, étendue à tous les points

$$(2) \qquad S = \frac{1}{2}\Sigma m J^2,$$

constitue l'énergie d'accélérations; la seconde est étendue seulement aux points sur lesquels agissent des forces données ([1]).

II. Mais on peut supprimer cette notion de forces en ajoutant une liaison de plus par le procédé suivant.

([1]) Appell, *Comptes rendus*, t. 129, 11 septembre 1899, p. 459.

Cherchons les déterminations des accélérations J qui rendent minimum l'énergie d'accélération S, sous les conditions imposées par les liaisons, *et sous la condition supplémentaire*

$$\Sigma \mathrm{FJ} \cos \widehat{\mathrm{FJ}} = \Phi, \tag{3}$$

où Φ est une certaine fonction déterminée, pour le moment inconnue, des positions, des vitesses et du temps. D'après les règles classiques dues à Lagrange, on obtiendra les déterminations des accélérations réalisant ce minimum, en cherchant à réaliser le minimum de la fonction auxiliaire

$$\mathrm{S} - \lambda\left[\Sigma \mathrm{FJ} \cos \widehat{\mathrm{FJ}} - \Phi\right], \tag{4}$$

où λ est un facteur indépendant des J. Une fois les équations écrites, on déterminera Φ de telle façon que $\lambda = 1$. Les équations seront alors les mêmes que celles qu'on obtient en écrivant que R est minimum.

En résumé, la mise en équations de tout problème de dynamique peut se ramener à la recherche des déterminations des accélérations qui rendent minimum l'énergie d'accélérations S, sous les conditions imposées par les liaisons données et par une liaison supplémentaire, du second ordre, de la forme (3).

III. Par exemple, pour un point libre soumis à la force F de projections (X, Y, Z), les équations élémentaires sont

$$mx'' = \mathrm{X}, \qquad my'' = \mathrm{Y}, \qquad mz'' = \mathrm{Z};$$

on peut les obtenir en cherchant le minimum de

$$\mathrm{S} = \frac{1}{2} m(x''^2 + y''^2 + z''^2), \tag{5}$$

sous la condition

$$\mathrm{X}x'' + \mathrm{Y}y'' + \mathrm{Z}z'' = \Phi. \tag{6}$$

En effet, les équations déterminant les valeurs de x'', y'', z'', qui réalisent ce minimum, sont

$$mx'' = \lambda\mathrm{X}, \qquad my'' = \lambda\mathrm{Y}, \qquad mz'' = \lambda\mathrm{Z},$$

et en portant dans (6)

$$\lambda(\mathrm{X}^2 + \mathrm{Y}^2 + \mathrm{Z}^2) = m\Phi.$$

Pour que $\lambda = 1$, il faut et il suffit que

$$\Phi = \frac{1}{m}(X^2 + Y^2 + Z^2);$$

la liaison supplémentaire (6) à introduire est alors

$$m(Xx'' + Yy'' + Zz'') - (X^2 + Y^2 + Z^2) = 0, \tag{7}$$

formule qui exprime que $FJ \cos \widehat{FJ} = \frac{F^2}{m}$, ou encore que

$$mJ \cos(F, J) = F.$$

Il pourrait d'ailleurs arriver que cette relation de liaison (7) fût intégrable une ou deux fois, après multiplication par un facteur convenable; la liaison supplémentaire s'exprimerait alors en fonction des positions et des vitesses ou seulement des positions.

Inversement, toute relation linéaire

$$Ax'' + By'' + Cz'' - D = 0,$$

dans laquelle D est différent de zéro, donnée directement ou obtenue en dérivant une relation entre les coordonnées et leurs dérivées premières, remplace, sur un point libre, une force dont les projections sont

$$X = \frac{mDA}{A^2 + B^2 + C^2}, \qquad Y = \frac{mDB}{A^2 + B^2 + C^2}, \qquad Z = \frac{mDC}{A^2 + B^2 + C^2}.$$

IV. Supposons, pour prendre un cas plus général, que S soit une fonction homogène des dérivées secondes $q''_1, q''_2, \ldots, q''_n$ de certains paramètres, les liaisons n'établissant plus aucune relation entre ces dérivées. Alors S est une forme quadratique

$$S = \frac{1}{2}\Sigma a_{i,j} q''_i q''_j;$$

la quantité

$$\Sigma FJ \cos \widehat{FJ} = \Sigma(Xx'' + Yy'' + Zz'')$$

est de la forme

$$Q_1 q''_1 + Q_2 q''_2 + \ldots + Q_n q''_n;$$

les équations du mouvement sont

$$\frac{\partial S}{\partial q''_\alpha} = Q_\alpha \qquad (\alpha = 1, 2, \ldots, n). \tag{8}$$

De ces équations on tire

$$q''_\alpha = \frac{\partial P}{\partial Q_\alpha},$$

où

$$P = \frac{1}{2}\Sigma A_{ij} Q_i Q_j$$

est la forme quadratique adjointe de S.

Cherchons maintenant les valeurs de q''_1, q''_2, ..., q''_n qui rendent S minimum, sous une condition supplémentaire de la forme

(9) $$Q_1 q''_1 + Q_2 q''_2 + \ldots + Q_n q''_n = \Phi.$$

Nous devrons écrire les nouvelles équations

(10) $$\frac{\partial S}{\partial q''_\alpha} = \lambda Q_\alpha \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, n)$$

jointes à (9). Résolvant ces dernières équations, on en tire

$$q''_\alpha = \lambda \frac{\partial P}{\partial Q_\alpha};$$

puis, en portant dans (9) et appliquant le théorème des fonctions homogènes, on a

$$2\lambda P = \Phi.$$

Pour que $\lambda = 1$, il faut et il suffit que

$$\Phi = 2P = \Sigma A_{ij} Q_i Q_j.$$

La liaison supplémentaire à introduire est donc exprimée par l'équation

$$Q_1 q''_1 + Q_2 q''_2 + \ldots + Q_n q''_n = 2P,$$

qui, dans des cas particuliers, peut être intégrable.

CHIMIE. — *Influence des impuretés gazeuses de l'argent sur les valeurs des poids atomiques déterminées par les méthodes classiques; poids atomiques du chlore et du phosphore.* Note (¹) de MM. **Ph.-A. Guye** et **F.-E.-E. Germann.**

1. Les méthodes modernes ont démontré la nécessité de rectifier deux poids atomiques importants : celui de l'azote, abaissé de 14,04 à 14,01,

(¹) Séance du 23 novembre 1914.

et celui de l'argent, ramené de 107,93 à 107,88 (valeurs arrondies). L'un de nous a résumé antérieurement ([1]) les conditions dans lesquelles les travaux exécutés à Genève ont contribué à ce double résultat, confirmé à l'heure actuelle par des recherches étendues exécutées dans plusieurs laboratoires.

De nos expériences récentes sur les gaz retenus par l'argent ([2]) nous concluons aujourd'hui que la valeur fournie par les méthodes classiques pour un troisième poids atomique usuel, celui du chlore, doit très probablement aussi être rectifiée et remplacée définitivement par le nombre un peu plus élevé résultant des déterminations modernes; d'autres poids atomiques devront subir des corrections appréciables.

2. Deux remarques générales doivent cependant être formulées avant de développer ces conclusions. La première est relative à l'origine des gaz (CO et H^2O) que nous avons trouvés dans l'argent : d'après les idées modernes sur la constitution électronique des atomes, il se pourrait que ces gaz n'existent pas comme tels dans l'argent métallique ou l'iode en présence, mais se forment seulement aux dépens de quelques électrons dégagés pendant la réaction entre les deux corps. Nous ne retiendrons pas cette interprétation à laquelle on pourra revenir après étude des propriétés électroniques des gaz dégagés, et nous admettrons simplement le point de vue usuel d'après lequel, vu les précautions prises pour enlever toute trace de gaz dans l'iode, les gaz dont nous avons constaté la présence préexistent bien dans l'argent avant l'attaque de ce métal par l'iode à chaud; qu'ils y soient physiquement dissous ou combinés à l'état d'oxyde hydraté ou de composé métallique carbonylé, cela n'a pas d'importance pour le sujet de la présente Note.

Notre seconde remarque concerne la portée de nos expériences : il va de soi que nos résultats ne sont absolus que pour les échantillons d'argent examinés par nous; ils ne peuvent donc servir à corriger rigoureusement les déterminations antérieures de poids atomiques rapportées à d'autres échantillons d'argent. Des corrections définitives ne pourraient être faites qu'en opérant sur des échantillons de même provenance que ceux utilisés pour les déterminations de poids atomiques en question ou, à défaut, sur de nouveaux échantillons préparés dans des conditions aussi identiques que possible; ce travail ne peut être mené à bien que dans les laboratoires où ont été effectuées les déterminations antérieures. De là résulte que les nombres transcrits dans la présente Note ne peuvent avoir qu'une valeur provisoire et démonstrative;

([1]) Ph.-A. Guye, *Bull. Soc. chim.*, 3e série, t. XXXIII, 1905, p. 1. — Guye et Gazarian, *Comptes rendus*, t. 143, 1906, p. 411. — Guye, *Mém. Soc. Ph. et Hist. nat. Genève*, t. XXXV, 1908, p. 548; *J. Ch. phys.*, t. X, 1912, p. 145; *Zeits. für anorg. Chem.*, t. LXIV, 1909, p. 1, et *Arch. Sc. ph. nat. Genève*, 4e série, t. XXVII, 1909, p. 557.

([2]) Guye et Germann, *Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 154 et 225.

si nous les publions néanmoins, c'est pour faire mieux comprendre la nécessité d'apporter sans retard les corrections nécessaires aux très nombreuses déterminations de poids atomiques rapportées à l'argent.

3. Les travaux récents de l'école américaine sur la revision du poids atomique de l'argent ([1]) ont donné les résultats suivants pour O = 16 :

I.....	107,880	(Richards et Forbes)	pour N = 14,008
II.....	107,881	(Richards, Köthner et Tiede)	pour H = 1,0076
III....	107,847 à 107,850	(Baxter et Tilley)	
IV....	107,871	(Richards et Willard)	
V.....	107,883	(Staehler et Richards)	

Malgré toutes les précautions prises, ces moyennes, comparées à celles des autres travaux de Harvard, sont beaucoup moins concordantes entre elles que ne le sont généralement les différentes moyennes d'un même rapport atomique au cours d'une même série de recherches. Ce défaut de concordance s'explique par le fait que les différents échantillons d'argent préparés à Harvard, *fondus simplement dans une atmosphère d'hydrogène*, contenaient vraisemblablement des quantités *variables* de gaz ([2]), puisque l'échantillon étudié par nous, *purifié par barbotage d'hydrogène dans le métal fondu*, retenait encore un poids appréciable de gaz, soit 42 millioniémes. Par suite, le poids atomique de l'argent, qu'on regarde à Harvard comme compris entre 107,880 et 107,870 (soit 107,875), devrait être abaissé de 42 millioniémes (soit de 0,0045), ce qui le ramènerait à un nombre très voisin de 107,870. Tous les rapports atomiques directs avec l'argent devraient être diminués dans la même proportion de 42 millioniémes. Cette correction paraît négligeable dans la plupart des cas. Nous allons montrer au contraire qu'en raison du caractère très indirect des méthodes classiques, elle modifie fréquemment la seconde décimale des poids atomiques usuels; on n'a pas le droit d'en faire abstraction, cette décimale étant donnée par la Table internationale pour une trentaine de poids atomiques.

4. Les principaux poids atomiques usuels, réputés parmi les mieux déterminés, qui devront subir des corrections du fait des impuretés

([1]) Sur la discussion de ces valeurs, voir *J. Ch. phys.*, t. VIII, 1910, p. 456, et t. II, 1913, p. 279, où l'on trouvera aussi la bibliographie nécessaire.

([2]) La présence de gaz dans l'argent abaisserait légèrement les valeurs I, II, V et relèverait la valeur IV.

gazeuses contenues dans l'argent purifié, sont : (*a*) le poids atomique de l'argent, pour autant qu'il est directement proportionnel à celui de l'oxygène; (*b*) ceux des halogènes déterminés par le rapport X : Ag, où X = Cl ou Br ou I; (*c*) ceux des métaux ou métalloïdes M, déterminés par un rapport à un sel halogéné simple ou double, $MX^n : nAg$ ou bien $MX^nA : nAg$, où A est un poids atomique connu.

Nous montrerons, dans un Mémoire détaillé, que si l'on désigne par α le poids de gaz contenu dans 1g d'argent purifié, les *poids atomiques corrigés*, en fonction des *valeurs classiques usuelles*, sont donnés par les relations suivantes :

(1) $Ag\,(corr.) = Ag\,(1 - \alpha) = Ag - \alpha\,Ag,$

(2) $X\,(corr.) = X + \alpha\,Ag,$

(3) $M\,(corr.) = M - (\alpha\,MX^n + n\alpha\,Ag),$

(4) $M\,(corr.) = M - (\alpha\,MAX^n + \Delta A + n\alpha\,Ag),$

dans lesquelles le second terme du second membre exprime la correction à apporter à chaque poids atomique classique; le terme ΔA de l'expression (4) représente l'erreur commise du fait des gaz occlus, sur le poids atomique A déjà connu.

Dans le Tableau suivant, on a reproduit les valeurs numériques des corrections obtenues en appliquant ces formules à quelques poids atomiques fréquemment employés; la correction

$$\alpha\,Ag = 0,000042 \times 107,88 = 0,0045.$$

Rapports atomiques considérés.	Poids atomiques arrondis.	Correction absolue.	Correction relative (arrondie).
Cl : Ag.........	Cl = 35,5	+0,005	+1/7100
Br : Ag.........	Br = 80	+0,005	+1/16000
I : Ag..........	I = 127	+0,005	+1/25400
$PCl^3 : 3Ag$......	P = 31	−0,021	−1/1480
LiCl : Ag.......	Li = 7	−0,007	−1/1000
KCl : Ag........	K = 39	−0,008	−1/4880
NaCl : Ag.......	Na = 23	−0,008	−1/2900
$SrCl^2 : 2Ag$......	Sr = 87,5	−0,017	−1/5100
KBr : Ag........	K = 39	−0,010	−1/3900
$SrBr^2 : 2Ag$.....	Sr = 87,5	−0,020	−1/4380
$BaBr^2 : 2Ag$.....	Ba = 137	−0,022	−1/6200
$SnCl^4 : 4Ag$.....	Sn = 118	−0,031	−1/3800
$PtKrCl^6 : 6Ag$...	Pt = 195	−0,040	−1/4880

Si les corrections sont très faibles pour le brome et l'iode, elles sont, dans la plupart des autres cas, de l'ordre de 1 à 2, exceptionnellement de 3 et 4 unités de la seconde décimale; à ce titre, elles ne sont donc pas négligeables. Quelques-unes d'entre elles appellent diverses remarques.

5. Si l'on admet pour l'argent le nombre $Ag = 107,875$, les belles déterminations, faites à Harvard, du rapport $Ag : Cl$ conduisent, pour le chlore, au nombre $Cl = 35,455$, qui, corrigé des gaz occlus dans l'argent, devient $Cl = 35,455 + 0,005 = 35,460$; ce nombre se confond pratiquement avec la moyenne $Cl = 35,461$ des cinq méthodes modernes (1), beaucoup plus directes et comportant neuf relations indépendantes pour fixer la valeur du poids atomique de cet élément; ainsi disparaîtrait un désaccord sur l'origine duquel on ne pouvait formuler que des hypothèses, en même temps que se justifie l'adoption du nombre moderne $Cl = 35,461$.

Le cas du phosphore est particulièrement intéressant; il fait ressortir le caractère illusoire de la précision des déterminations très remarquables qui ont été faites du rapport $PCl^3 : 3Ag$; bien qu'on ait réalisé une concordance de l'ordre du $\frac{1}{10000}$ entre les déterminations individuelles (2), la présence, dans l'argent, de $\frac{4}{100000}$ de gaz suffit pour fausser le poids atomique du phosphore de $\frac{1}{1500}$ de sa valeur! On est donc fondé, selon nous, à remplacer le nombre $P = 31,028$, ainsi déterminé, par le nombre $P = 31,028 - 0,021 = 31,007$ ou $31,01$, qui tient compte des gaz occlus dans l'argent et de la valeur moderne du poids atomique du chlore.

Malgré les avertissements réitérés résultant des travaux modernes (3), plusieurs expérimentateurs se laissent séduire chaque année par la simplicité et la précision apparente des déterminations de rapports atomiques entre l'argent et les sels halogénés, méconnaissant ainsi que la précision d'une constante, mesurée par le produit de plusieurs facteurs, tend vers zéro lorsque le nombre de ces facteurs augmente. Ils auront à l'avenir à faire la preuve que le poids de gaz retenu par l'argent est négligeable, ou à déterminer, dans chaque cas, la correction à apporter de ce fait à leurs déterminations.

---

(1) Sur la comparaison des résultats des méthodes classiques et modernes, en ce qui concerne le poids atomique du chlore, voir Guye, *J. Ch. phys.*, t. XI, 1913, p. 275.

(2) Baxter et Moore, *J. am. chem. Soc.*, t. XXXIV, 1912, p. 1656.

(3) *Journ. Chim. phys.*, t. XI, 1913, p. 311 à 317.

M. A. **Verschaffel** adresse à l'Académie le Tome XIII des *Observations* de l'Observatoire d'Abbadia : *Observations faites au cercle méridien en* 1913, par MM. Verschaffel, Lahourcade, J. Sorreguieta, Exposito, Larrégieu, Candau, publiées par M. l'abbé Verschaffel, Directeur de l'Observatoire.

M. E. **Vallier** fait hommage à l'Académie, par l'organe de M. *P. Appell*, d'un fascicule de l'édition française de l'*Encyclopédie des Sciences mathématiques : Balistique extérieure*, exposé d'après l'article allemand de C. Cranz (Charlottenburg).

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre qui devra occuper, dans la *Commission de Contrôle de la Circulation monétaire*, la place vacante par l'expiration des pouvoirs de M. *A. Haller*.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 34,

M. A. **Haller** réunit la majorité des suffrages.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Études des gîtes minéraux de la France. Bassin de la Basse-Loire*, par M. E. Bureau. Fascicule II : *Description des flores fossiles*. Texte et Atlas.

2° *Deuxième expédition antarctique française* (1908-1910), commandée par le Dr Jean Charcot. Sciences naturelles; documents scientifiques : *Crustacés parasites; Ptérobranches; Annélides polychètes;* par M. Ch. Gravier. (Présenté par M. Ed. Perrier.)

MM. **Bordas**, **Delépine**, **E. Maurel**, **A. Verschaffel** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

ASTRONOMIE. — *Éclipse de Soleil : résultats.* Note de M. **F. Gonnessiat**, présentée par M. Baillaud.

I. L'éclipse de Soleil du 21 août dernier a été photographiée à l'Observatoire d'Alger avec l'équatorial de $3^m,4$ de distance focale.

L'ouverture avait été réduite à $0^m,15$. On opérait avec un obturateur à fente de $2^{mm},5$. Les circonstances n'ont permis de disposer que de plaques Lumière violettes que leur grande sensibilité et leur manque de finesse ne recommandent guère pour la photographie solaire. On a obtenu 29 clichés utilisables, sur lesquels on a imprimé le réseau Gautier servant aux mesures. La valeur d'une partie du réseau a été déduite, par une correction de réfraction et d'aberration, des mesures effectuées sur les clichés du catalogue. L'orientation du réseau a été fournie par des clichés spéciaux pris sur des étoiles ; de ce côté, il existe évidemment quelque incertitude, car il manque un dispositif spécial qui assure une position invariable à la plaque dans le châssis du réseau et dans le châssis d'exposition.

J'ai fait application aux mesures ainsi obtenues des formules publiées récemment (*Comptes rendus*, 14 décembre 1914). Malheureusement, la détermination des coordonnées x et y des cornes n'a donné que des résultats peu satisfaisants : la diffraction et surtout l'irradiation ont causé une déformation des pointes qui, restant la même pour les deux, paraît variable avec l'orientation de l'échancrure. D'ailleurs, les pointés n'ayant pu le plus souvent se faire que sur un bord, la position du centre est restée par là assez incertaine. On s'est donc rabattu sur la mesure de la corde commune et de son angle de position (trois clichés sensiblement désorientés ont été écartés en ce qui concerne cette seconde donnée).

Comme point de départ des calculs, on a adopté les éléments suivants : ascension droite et déclinaison prises dans la *Connaissance des Temps*, avec corrections préalables pour la Lune de $-2^s,40$ et $+16'',0$ respectivement; à l'unité de distance : demi-diamètre du Soleil $15'59'',6$, de la Lune $15'32''8$; parallaxe lunaire $57'2'',7$. Il a paru oiseux de tenir compte dans les calculs de la correction de parallaxe.

Des 29 équations de condition relatives à la corde, on ne peut tirer d'autres résultats que ceux-ci :

$$\partial\xi = 1,05\,\partial(D+D') + 12'',6 \pm 0'',54,$$
$$\partial\eta = 1,25\,\partial(D+D') - 1'',9 \pm 0'',51.$$

Erreur moyenne.................... $\varepsilon_0 = \pm 1'',3$

Les 27 équations pour l'angle de position donnent :

$$\partial\xi = 9'',8 \pm 0'',76; \qquad \partial\eta = -5,6 \pm 0'',87; \qquad \varepsilon_0 = \pm 1'',5.$$

Enfin l'ensemble des équations conduit aux valeurs

$$\partial(D + D') = -2'',9 \pm 0'',7,$$

$$\partial\xi = 0,83\,\partial(D + D') + 12'',1 \pm 0'',4 = +9'',7 \pm 0,7 \qquad (\text{séc}\,\delta = 1,025),$$

$$\partial\eta = 1,02\,\partial(D + D') - 2'',6 \pm 0'',4 = -5'',6 \pm 0,8.$$

Au total, en négligeant la réduction au lieu géocentrique, on trouve que la position de la Lune rapportée au Soleil doit recevoir les corrections suivantes :

$$\partial(\alpha' - \alpha) = -1^s,74 \pm 0^s,05; \qquad \partial(\delta' - \delta) = +10'',4 \pm 0'',8.$$

La correction de la somme des demi-diamètres apparents est d'accord avec les résultats tirés de l'observation de la plupart des éclipses.

Il est maintenant possible, à l'aide des corrections ci-dessus, de calculer l'instant des contacts. Faisant

$$T_1 = 23^h 43^m 14^s + \partial T_1, \qquad T_2 = 1^h 51^m 53^s + \partial T_2 \qquad (\text{T. m. P.}),$$

on obtient pour équations de condition au premier et au dernier contact respectivement

$$-0,223\,\partial\xi + 0,975\,\partial\eta - \partial(D + D') - 0'',32\,\partial T_1 + 5'',7 = 0,$$

$$+0,999\,\partial\xi - 0,037\,\partial\eta - \partial(D + D') + 0'',33\,\partial T_2 - 13'',9 = 0,$$

d'où l'on tire

$$\partial T_1 = 3^s,1[+0,5 - 0,20\,\partial(D + D')] = +3^s \pm 1,4,$$

$$\partial T_2 = 3^s,0[+1,7 + 0,21\,\partial(D + D')] = +3^s \pm 1,4.$$

Nous plaçons en regard des instants calculés les temps notés par les observateurs dans les mêmes conditions que pour le passage de Mercure (voir *Comptes rendus*, 26 novembre 1914, p. 711).

	T_1.	T_2.
	h m s	h m s
Calcul	23.43.17	1.51.56
Gonnessiat	43.16	51.54
Renaux	43. 7	51.56
Baldet	43. 7	51.57

L'accord est satisfaisant, d'autant plus qu'il est bien connu que l'observation du phénomène comporte une incertitude assez grande en rapport avec les dimensions des instruments.

II. Je désire revenir sur les résultats de l'éclipse du 30 août 1905. J'ai

appliqué les nouvelles formules à la discussion des mesures de la corde commune faites sur les clichés obtenus par M. Villatte à l'Observatoire d'Alger; j'obtiens

$$\partial\xi' = \partial\xi - 0{,}461\,\partial\eta = 0{,}07\,\partial D' + 6'',6 \pm 0'',4,$$
$$\partial D' + 0{,}92\,\partial D = -1'',0 \pm 0'',3.$$

Portant la première de ces corrections dans les équations relatives aux contacts, avec les heures notées par MM. Stéphan et Borrelly, à Guelma, on trouve les relations

(I) $\quad -0'',39\,\partial T_1 - \partial(D' + D) - 0'',6 = 0,$
(II) $\quad -0{,}41\,\partial T_2 - \partial(D' - D) + 0{,}5 = 0,$
(III) $\quad +0{,}41\,\partial T_3 - \partial(D' - D) - 4{,}6 = 0,$
(IV) $\quad +0{,}46\,\partial T_4 - \partial(D' + D) - 5{,}6 = 0.$

On admet généralement que le premier contact est observé trop tard et le dernier trop tôt; dans cette hypothèse, les équations (I) et (IV) ne sont pas incompatibles. Mais en ce qui concerne le commencement et la fin de la totalité, cette incertitude ne paraît pas à craindre, et les équations (II) et (III) se concilient difficilement. Je me borne à signaler qu'une erreur de 6^s sur la longitude ferait disparaître tout désaccord. On obtiendrait alors

$$\partial(D + D') = -3'',1, \qquad \partial(D - D') = -2'',1,$$

valeurs très admissibles, si l'on réfléchit que c'est le moindre diamètre du contour irrégulier de la Lune qui entre ici en ligne de compte.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intervention des formules de Riemann, Stokes, Green dans les extensions du théorème d'Abel.* Note de M. **A. Buhl**, présentée par M. Émile Picard.

Dans mon Mémoire *Sur la formule de Stokes dans l'hyperespace* (*Annales de la Faculté de Toulouse*, 1911), j'ai montré que le théorème de Cauchy-Poincaré, relatif aux intégrales doubles à deux variables complexes x et y, revenait à la formule de Riemann

$$(1) \qquad \iint_S \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}\right) dx\,dy = \int_\sigma M\,dx + N\,dy$$

convenablement interprétée dans l'espace à quatre dimensions. S est un

continuum à deux dimensions, déformable dans cet hyperespace en conservant le contour invariable σ.

De même, l'ordinaire formule de Green à trois variables peut conserver un sens lorsque celles-ci deviennent complexes et donne, dans l'espace à six dimensions, un théorème analogue au précédent pour les fonctions de trois variables complexes. Et ainsi de suite. Je n'insiste pas davantage sur ces considérations préliminaires qui ne conduisent pas à des résultats essentiellement nouveaux.

Prenons plutôt la formule de Stokes ordinaire qui, *pouvant se déduire de* (1) *par un changement de variables*, garde aussi un sens lorsqu'on imaginarise les variables. Elle peut s'écrire

$$\iint_{\Gamma} \begin{vmatrix} f_x & f_y & f_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{vmatrix} \frac{dx\,dy}{f_z} = \int_{\gamma} P\,dx + Q\,dy + R\,dz \tag{2}$$

si

$$f(x, y, z) = 0. \tag{3}$$

Soient P, Q, R rationnels en x, y, z et (3) algébrique; on peut déjà remarquer que l'intégrale double de (2) a, tout naturellement, une forme appropriée à sa propre étude, à cause du diviseur f_z qu'elle contient. Mais il semble, en outre, que la formule (2) puisse servir à rassembler systématiquement beaucoup de résultats et acquérir une importance aussi grande dans le cas des variables complexes que dans celui des variables réelles. Dans le *Journal de Mathématiques* (1889), M. G. Humbert (p. 118 et 130) et M. E. Picard (p. 136 et suiv.) ont montré l'extrême analogie présentée, sur les surfaces algébriques, par les intégrales doubles et les intégrales de différentielles totales; bien que le second membre de (2) ne soit pas fonction d'un point analytique, mais fonction de la frontière γ, il se laisse manier tout aussi aisément et bien des considérations relatives aux intégrales doubles attachées à une surface algébrique se ramèneront, par la formule (2), à d'autres considérations relatives à des intégrales simples. Soient, par exemple, deux faisceaux de surfaces algébriques

$$A(x, y, z) + \lambda B(x, y, z) = 0, \qquad C(x, y, z) + \mu D(x, y, z) = 0 \tag{4}$$

telles que (3) et (4) définissent m points (x_i, y_i, z_i) variables avec (λ, μ). Quand (λ, μ) décrit un certain continuum E, de contour e, le point (x_i, y_i, z_i) en décrit un autre T_i de contour γ_i. Si P_i désigne $P(x_i, y_i, z_i)$,

le trinome

$$P_i\,dx_i + Q_i\,dy_i + R_i\,dz_i$$

peut s'écrire

$$\left(P_i\frac{\partial x_i}{\partial\lambda} + Q_i\frac{\partial y_i}{\partial\lambda} + R_i\frac{\partial z_i}{\partial\lambda}\right)\partial\lambda + \left(P_i\frac{\partial x_i}{\partial\mu} + Q_i\frac{\partial y_i}{\partial\mu} + R_i\frac{\partial z_i}{\partial\mu}\right)d\mu.$$

Si l'on donne à i les valeurs 1, 2, ..., m, la somme de ces dernières expressions est fonction symétrique des points analytiques (x_i, y_i, z_i); elle est donc fonction rationnelle de λ et μ et l'on aboutit à une égalité telle que

$$(5)\qquad \sum_{i=1}^{i=m}\int P_i\,dx_i + Q_i\,dy_i + R_i\,dz_i = \int_e L\,d\lambda + M\,d\mu.$$

Si au lieu de raisonner sur le second membre de (2) on avait raisonné sur le premier, on aurait eu

$$(6)\qquad \sum_{i=1}^{i=m}\int\int \Delta(x_i, y_i, z_i)\frac{dx_i\,dy_i}{f_{z_i}} = \int\int_E \left(\frac{\partial M}{\partial\lambda} - \frac{\partial L}{\partial\mu}\right)d\lambda\,d\mu,$$

Δ désignant, pour abréger, le déterminant symbolique écrit dans (2). La formule (6) est encore due à M. Picard (*Fonctions algébriques de deux variables*, t. I, p. 190), la méthode précédente ne faisant que préciser la forme du second membre; mais ce qui est intéressant, c'est surtout la correspondance de (5) et (6) *en vertu de la formule de Stokes*. Dans mes Mémoires publiés aux *Annales de la Faculté de Toulouse*, j'ai étudié des extensions de la formule de Stokes; toutes subsistent quand on imaginarise les variables et permettraient l'étude de théorèmes abéliens relatifs à des intégrales multiples étendues à des variétés à k dimensions au moyen d'intégrales d'ordre moindre étendues à des variétés frontières.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces de genres 1 triples, douées d'un nombre fini de points de diramation.* Note de M. **Lucien Godeaux**, présentée par M. Émile Picard.

Soit Φ une surface de genres 1 ($p_a = P_4 = 1$), triple, douée d'un nombre fini de points de diramation, c'est-à-dire une surface image d'une involution d'ordre 3, n'ayant qu'un nombre fini de points de coïncidence, appartenant à une surface algébrique F. On sait que F est une surface de

Picard ($p_a = -1$, $p_g = P_4 = 1$) ou une surface de genres 1 ($p_a = P_4 = 1$). Le premier cas a été examiné par MM. Enriques et Severi (*Acta mathematica*, 1909). Dans le second cas, nous avons montré que la surface Φ (supposée normale) possède six points de diramation qui sont six points doubles biplanaires ordinaires (*Annales de l'École Normale*, 1914). Nous avons recherché quelles sont les conditions nécessaires et suffisantes pour que la surface Φ, possédant six points doubles biplanaires ordinaires, soit l'image d'une involution d'ordre 3, appartenant à une surface F de genres 1 ($p_a = P_4 = 1$).

Désignons par $|\Gamma|$ le système des sections hyperplanes de Φ (supposée normale) par Γ_{11}, Γ_{12}; Γ_{21}, Γ_{22}; ...; Γ_{61}, Γ_{62} les six couples de courbes rationnelles équivalentes, au point de vue des transformations birationnelles, aux six points doubles biplanaires de Φ. On démontre qu'il existe sur Φ, deux systèmes $|\Gamma_{01}|$, $|\Gamma_{02}|$ tels que

$$3\Gamma_{01} + 2(\Gamma_{11} + \Gamma_{21} + \ldots + \Gamma_{61}) + (\Gamma_{12} + \Gamma_{22} + \ldots + \Gamma_{62}) \equiv 3\Gamma,$$
$$3\Gamma_{02} + (\Gamma_{11} + \Gamma_{21} + \ldots + \Gamma_{61}) + 2(\Gamma_{12} + \Gamma_{22} + \ldots + \Gamma_{62}) \equiv 3\Gamma.$$

Soit π le genre des sections hyperplanes Γ de Φ; on sait alors que Φ, étant normale, est située dans un espace linéaire à π dimensions. Parmi les variétés cubiques de cet S_π, il y en a, passant par les six points doubles de Φ, qui osculent Φ le long de chacune des courbes Γ_{01}, Γ_{02}. Si nous désignons par

$$\varphi_1(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_\pi) = 0, \quad \varphi_2 = 0, \quad \ldots, \quad \varphi_{\pi-2} = 0$$

les équations de Φ (en coordonnées cartésiennes), par

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_\pi) = 0$$

l'équation d'une variété cubique osculant Φ le long d'une courbe Γ_{01} (ou Γ_{02}), les équations

$$\varphi_1 = 0, \quad \varphi_2 = 0, \quad \ldots, \quad \varphi_{\pi 2} = 0, \quad x_{\pi+1}^3 = f$$

représentent une surface qu'on démontre être de genres 1.

L'existence de l'un des systèmes $|\Gamma_{01}|$, $|\Gamma_{02}|$ est donc nécessaire et suffisante.

De même, on démontre que, si Ψ est une surface normale de genres 0 et de bigenre 1 ($p_a = P_3 = 0$, $P_2 = 1$) possédant trois points doubles biplanaires ordinaires, pour que cette surface représente une involution d'ordre 3 appartenant à une surface de genres 0 et de bigenre 1, il faut

et il suffit qu'il existe, sur Ψ, un des systèmes $|C_{01}|$, $|C_{02}|$ tels que

$$3C_{01} + 2(C_{11} + C_{21} + C_{31}) + (C_{12} + C_{22} + C_{32}) \equiv 3C,$$
$$3C_{02} + (C_{11} + C_{21} + C_{31}) + 2(C_{12} + C_{22} + C_{32}) \equiv 3C,$$

$|C|$ étant le système des sections hyperplanes de Ψ; C_{11}, C_{12}; C_{21}, C_{22}; C_{31}, C_{32} les trois couples de courbes rationnelles équivalentes aux trois points doubles biplanaires de cette surface.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Détermination des indices d'iode Hülb en liqueurs alcooliques. Indices d'iode des huiles essentielles.* Note de M. R. **Marcille**, présentée par M. L. Maquenne.

Malgré les nombreux travaux qu'a déjà suscités la détermination de l'indice d'iode par la méthode de Hülb, l'action de la lumière durant le dosage n'a pas encore été signalée comme cause nettement influençante.

Si l'effet de cet agent est peu sensible lorsqu'on opère sans utiliser l'alcool comme dissolvant des corps à essayer, il devient dans le cas contraire nettement marqué.

Ce dernier mode de procéder est, en particulier, celui employé pour la détermination de l'indice d'iode des huiles essentielles, donnée qui constitue la base de l'appréciation de la teneur en essences des liqueurs alcooliques.

Certaines législations du temps présent ayant réglementé la vente de quelques-unes de ces boissons, en spécifiant même leur teneur maxima en essences [1], on comprend l'importance d'un procédé de dosage exact de ces composés, puisque des résultats obtenus peuvent dépendre des poursuites correctionnelles.

Ayant eu à pratiquer de ces analyses, nous avons eu la surprise, en utilisant la technique indiquée dans les *méthodes officielles* pour l'analyse des denrées alimentaires, et en tenant compte des observations déjà présentées sur ce dosage par M. A. Auguet [2], d'obtenir, pour une même solution d'essence d'anis de Russie, des indices variant d'un jour à l'autre entre 0,8

[1] Un décret tunisien, en date du 25 août 1914, interdit dans la Régence la vente de l'absinthe, de l'anisette, des eaux-de-vie anisées, mais tolère la liqueur d'anisette renfermant au maximum 27° d'alcool, 0g,9 par litre d'essence d'anis et au minimum 300g de sucre.

[2] *Annales des Falsifications*, 1913, p. 385.

et 2,0, alors que l'indice mentionné dans les *méthodes officielles* est de 1,391.

Après divers essais, nous avons été conduit à noter l'importance que présentait dans ce dosage le titre alcoolique des solutions et la luminosité durant le temps de contact de la liqueur d'iode.

Voici, résumées en un Tableau, nos observations :

Nombre de centimètres cubes de solution d'hyposulfite de sodium $\frac{N}{5}$ *ajoutés aux essais pour la fixation de l'iode resté libre.*

Contenu des flacons.	Contact opéré en chambre noire.	en lumière atténuée.	en lumière vive.
Témoins alcool 95°	50,0	49,1	46,1
» 80°	49,7		
» 50°	49,0	47,6	38,5
» 40°	48,6		
Essence d'anis (100mg), solution à 95°	39,4	37,0	33,4
» » 50°	39,0	33,4	25,4
Essence de térébenthine (80mg), solution à 95°	29,9		29,6
» » 50°	27,8	27,6	27,3
Distillat d'absinthe (50cm³) ramené à 50°	38,4	33,0	26,3

On en déduit les indices d'iode suivants :

Iode fixé par gramme d'essence (par litre, pour l'absinthe).

Nature des essences.	Contact opéré en chambre noire.	en lumière atténuée.	en lumière vive.
Essence d'anis, solution à 95°	1,35	1,54	1,62
» » 50°	1,27	1,80	1,67
Essence de térébenthine, solution à 95°	3,19		2,67
» » 50°	3,36	3,18	1,78
Liqueur d'absinthe, marque GP	2,7	3,7	3,1

La base prise pour le calcul de ces indices fut naturellement le témoin de même degré alcoolique; mais, lorsque cette prescription n'est pas exactement suivie, il en résulte de notables divergences dont il est facile de se rendre compte. C'est ainsi que, pour l'essence d'anis, si dans l'essai en solution à 95° on prenait pour base le témoin à 50°, et inversement, les indices deviendraient alors en lumière atténuée 1,35 et 2,0, et en lumière

vive 0,605 et 2,68. Cependant, même en tenant compte de cette observation, des différences pouvant atteindre 15 pour 100 n'en existent pas moins entre les indices d'iode d'une même essence, suivant le titre alcoolique des solutions.

Il convient donc, quand on veut déterminer le titre en essence d'une liqueur, de prendre pour terme de comparaison l'indice d'une solution type de même degré alcoolique.

Le titre de 50°, sous un volume de 100^{cm^3}, nous a paru le plus convenable.

L'influence de la luminosité durant le dosage est également manifeste; les différences qu'elle apporte dans la détermination de ces indices sont considérables, atteignant parfois 40 pour 100, avec la particularité de ne pas se manifester toujours dans le même sens suivant les essences.

Les chiffres marqués obtenus en *lumière vive* proviennent d'essais effectués fin octobre, les flacons ayant été laissés durant les trois heures de contact dans une petite cour à l'abri du soleil, mais soumis à l'action de sa réverbération.

Ce ne sont pas là sans doute les conditions de la pratique; mais lorsqu'on opère ces dosages en été, dans les pays où la lumière possède une action actinique très puissante comme en Afrique du Nord, une luminosité approchante peut fort bien exister à l'intérieur de certaines pièces des laboratoires.

La conséquence qui se déduit de ces constatations, c'est qu'il est nécessaire d'effectuer ces dosages en chambre noire, en prenant même le soin de soustraire les flacons à l'action de la lumière artificielle éclairant la pièce, dès l'addition de la liqueur d'iode.

Grâce seulement à ces mesures, nous avons pu obtenir des résultats satisfaisants dans ces dosages.

Ajoutons que la température possède aussi une action non négligeable, influençant plus encore les témoins que les solutions d'essences, de sorte que, finalement, les indices d'iode varient en sens inverse de la température.

Nous avons ainsi trouvé pour l'essence d'anis un indice de 1°,21 à 25° et de 1°,35 à 15°.

En résumé, la détermination de l'indice d'iode des huiles essentielles réclame les précautions suivantes :

1° Emploi d'un volume de solution alcoolique uniforme et de même degré dans tous les essais, par exemple 100^{cm^3} de solution à 50°.

2° Addition de la solution chloro-iodomercurique (30^{cm^3}) en chambre noire et maintien des flacons dans l'obscurité durant la durée du contact.

Pour les dosages précis, effectuer toujours simultanément, à la même température, un essai avec une liqueur d'essence type, la teneur en essence de cet essai devant se rapprocher de celle du produit dont on détermine le titre.

GÉOLOGIE. — *Les coulées diabasiques de l'Afrique occidentale française.* Note de M. **Henry Hubert**.

Par leur extension exceptionnelle, par les actions qu'elles ont exercées sur les autres formations, enfin par le cachet spécial qu'elles impriment au paysage, les roches basiques sont certainement celles qui sont les plus typiques en Guinée française. On trouve leurs affleurements : (*a*) en altitude depuis la cote 58, dans le lit de la Kolenté, jusqu'aux environs de la cote 1450, au sommet du mont Linsan; (*b*) en surface, depuis le Kakoulima jusque dans le Mandingue, sur plus de 600^{km} en ligne droite (elles dépassent les limites de la Guinée française, bien que ce soit dans cette colonie qu'elles aient leur maximum d'extension). Sauf au Kakoulima, constitué par des gabbros et des péridotites, presque tous les affleurements visités sont constitués par des diabases. Toutes ces roches ont été étudiées antérieurement, au point de vue pétrographique, par M. A. Lacroix (1); il n'y a donc pas à revenir ici sur leurs caractères.

Ces diabases se rencontrent surtout sous forme de coulées : la plus vaste semble être celle du Balan qui paraît s'étendre sur plusieurs dizaines de kilomètres; les plus belles sont celles de Didi et de Bougourou, dont les prismes dépassent 200^{m} de hauteur; enfin la plus importante masse de coulées paraît être aux environs de Mamou.

Ces coulées sont étalées sur les terrains les plus divers. A l'est de Timbo, entre la gare de Beauvois et le kilomètre 469, elles reposent sur les gneiss ou granites (2). Dans le Bouré, le Siéké, le Balan, elles s'étalent sur des

(1) A. Lacroix, *Comptes rendus*, t. 140, p. 410; *Les syénites néphéliniques de l'archipel de Los*, p. 108 et suiv.

(2) Ces coulées, en particulier celles du mont Ouroussa, ont été décrites précédemment comme lambeaux de grès durs et de quartzites (J. Chautard, *Étude géophysique et géologique sur le Fouta-Djalon*, p. 69).

schistes micacés, sauf à Bougourou, où elles reposent sur des micaschistes. Dans la région de Mali, on les trouve sur des quartzites (plus récentes que les schistes micacés) et surtout au nord-est de cette dernière région, superposées aux brèches, aux conglomérats et en partie aux grès, formations les plus récentes de la contrée.

Si l'on en juge par la puissance des sédiments recouverts, on voit que les éruptions se sont prolongées pendant une période fort étendue. Mais l'intensité volcanique a été fort variable et parfois nulle à certaines époques, puisque la sédimentation a pu se poursuivre longuement entre l'épanchement de deux coulées successives. C'est ainsi que du lit de la Gambie (360^{m}) au poste de Mali (1450^{m}), on ne rencontre pas moins de douze coulées superposées, intercalées presque exclusivement entre des couches de quartzites dont certaines atteignent jusqu'à 100^{m} d'épaisseur.

Il n'est pas possible, en l'absence de documents paléontologiques, de situer l'âge des éruptions. Les plus récentes sont cependant contemporaines des grès inférieurs du Tambaoura, probablement dévoniens.

L'intercalation des coulées de diabases au milieu de toutes les autres formations rend très délicat l'établissement de la Carte géologique de la Guinée et des régions voisines. C'est ce qui explique que l'essai de carte géologique de la Guinée, au $\frac{1}{1000000}$, est de beaucoup le moins avancé de tous ceux qui se rapportent aux colonies de l'Afrique occidentale que j'ai étudiées : lorsque, plus tard, toutes les coulées diabasiques seront figurées au milieu des schistes et des quartzites, elles y formeront une véritable dentelle.

Au point de vue tectonique, je rapporterai l'allure ondulée des quartzites entre la Kolenté et la gare de Linsan à la mise en place postérieure des diabases auxquelles elles sont superposées, mais qui, un peu plus loin, vers Mamou, les dominent. Il en est de même dans la haute Gambie et la haute Falémé, mais l'influence des diabases est plus nette.

Des actions métamorphiques sont localisées à proximité des contacts. Sur quelques mètres, ou sur beaucoup moins, les diabases passent à un type microlitique, tandis que les quartzites, d'un gris foncé, deviennent le plus souvent vert clair. En lames minces, la diabase présente, à partir du contact, une série de bandes parallèles, caractérisées par la grandeur des éléments et en particulier par celle de lamelles de biotite.

Les autres éléments du premier temps sont le labrador et le diallage, souvent automorphes (ce dernier parfois entouré d'une couronne de produits ferrugineux et cerclé de biotite). Les microlites sont représentés

par les mêmes éléments auxquels s'ajoute de la magnétite et du verre. Les quartzites sont très cristallins. Lorsqu'ils étaient formés de lits de quartz et de biotite, ils n'ont subi que de légères modifications (un peu d'épidote et de zoïsite). Lorsqu'ils étaient riches en calcite, une petite partie de celle-ci subsiste (macle b^1). Mais l'abondance de l'épidote est exceptionnelle : c'est elle qui donne sa couleur verte à la partie voisine du contact. Enfin, dans les cassures de la roche peuvent se développer des cristaux de grossulaire.

L'action des diabases sur les grès est plus réduite. Moins plastiques que les quartzites, ils n'ont pas été ondulés, mais présentent des cassures onduleuses dans lesquelles se sont individualisés de petits filonnets quartzeux et parfois de véritables géodes. Ils se sont enrichis en silice.

En dehors de la Guinée et des régions voisines du Haut-Sénégal et Niger, les coulées diabasiques se rencontrent en plusieurs points de l'Afrique occidentale. On peut les diviser en deux groupes :

1° Celles de Tindirima et de Timé (Côte d'Ivoire) se rattachent géographiquement au centre éruptif de la Guinée. Elles reposent sur les orthogneiss.

2° Celles d'Ouossou, de Kossindawa (Côte d'Ivoire), de Koho, de Pilimpicou et de Boussouma (Haut-Sénégal et Niger), bien que fort éloignées les unes des autres, se trouvent localisées dans une *même* zone géologique et la jalonnent, dans sa plus grande partie, sur 900^{km}. Elles reposent sur les schistes micacés.

Les diabases sont encore abondantes dans un grand nombre d'autres points; mais, dans l'ensemble des territoires de l'Afrique occidentale, je n'ai observé de coulées que dans les régions signalées au cours de cette Note. J'insiste sur ce qu'elles y sont géologiquement groupées.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur les derniers tremblements de terre de Thèbes.* Note de M. **D. Eginitis**, présentée par M. Bigourdan.

Le 17 octobre 1914, vers 8^h du matin, un grand tremblement de terre a ébranlé presque toute la Grèce; il a été extrêmement fort dans la Grèce orientale et principalement en Béotie, où il a ruiné la ville de Thèbes et plusieurs villages de cette province.

C'est la quatrième fois, dans l'espace des 62 dernières années, que la ville de Thèbes fut dévastée par les sismes. Depuis le grand tremblement de

terre du mois d'août 1853, qui a ruiné cette ville et presque complètement anéanti sa partie nord, tué plusieurs personnes et fort endommagé aussi les habitations de Chalcis, Atalante et Thespies, elle a déjà subi encore une catastrophe sismique au mois de mars 1893; en outre, le dernier grand sisme de la Locride (avril 1894), qui a ruiné la ville d'Atalante, a dévasté aussi celle de Thèbes.

En général, la partie orientale de la Grèce continentale, comprenant la Béotie, la Locride, la Phocide et la Phthiotide, forme une région extrêmement éprouvée par les sismes. Dès l'antiquité elle a subi bien des catastrophes sismiques. Strabon (IV, 14) mentionne les sismes historiques de cette partie de la Grèce : « *La Béotie, dit-il, étant remplie de creux et cavernes, produit de grands sismes.* »

Les fréquents et violents tremblements de terre de cette zone, suivis parfois d'ouvertures de longues failles importantes parallèles au rivage (sisme d'Atalante du 20 avril 1893), paraissent continuer les grands phénomènes géologiques qui, au commencement du Quaternaire ou à la fin du Tertiaire, ont séparé l'île d'Eubée de la Grèce continentale et formé le golfe d'Eubée.

Pourtant, quant à Thèbes, on doit noter que ni son dernier grand sisme, ni les deux précédents (1853 et 1893) n'ont causé la moindre dislocation de cette nature; aucune crevasse, aucun affaissement et aucun effondrement du sol n'ont été actuellement observés nulle part dans cette région. En 1853, des blocs de pierre volumineux furent détachés du Ptoon et de quelques autres montagnes près de Thèbes.

Mais, tandis que la Béotie est si fréquemment et si violemment éprouvée par les sismes, sa voisine, l'Attique, est une des parties les plus *stables* de la Grèce. Depuis la plus haute antiquité, elle n'a jamais eu à souffrir de tremblements de terre désastreux ou très forts; on n'y a jamais enregistré de chutes ou de dégâts sérieux d'édifices quelconques. Les anciens monuments d'Athènes, le Parthénon, le Temple de Thésée, les colonnes du Temple de Jupiter, etc., qui sont encore debout, prouvent à l'évidence la *stabilité* du sol de l'Attique. Les secousses relativement fortes, qu'on y a quelquefois senties, provenaient d'épicentres situés en dehors de l'Attique, en très grande partie de la Béotie et de la Locride.

Cependant, sur les cartes sismiques, Athènes est ordinairement signalé comme un foyer sismique très important *pour le nombre* de ses secousses; mais il suffit d'ajouter, pour expliquer ce paradoxe, qu'en réalité, ce n'est qu'un *épicentre apparent*, dont les secousses, ordinairement très faibles, et bien rarement sensibles à l'observation *directe*, sont de petits chocs ondulatoires venant du dehors et enregistrés par les instruments sensibles de l'Observatoire.

Le dernier phénomène fut enregistré par nos deux sismographes de l'Observatoire d'Athènes, dont l'un est un pendule conique bifilaire Mainka (masse 136^{kg}) et l'autre un pendule vertical Agamemnone (masse 200^{kg}). Malheureusement la première secousse a été si forte, que le pendule Mainka en fut déréglé et n'a donné que la phase P (commencement : 6^{h}22^{m}38^s t. m. c. de Greenwich) et le commencement de la phase L, 4^s,5 après.

Voici l'analyse du sismogramme Agamemnone avec les symboles adoptés actuellement :

17 *novembre* 1914.

Phase.	Heure (t. m. c. Gr.).	Période.	Amplitude. A_{NE}.	Amplitude. A_{NW}.
	h m s		mm	
P................	6.22.40	»	6	»
L................	6.22.43	»	72	28^{mm}
M................	6.22.55	3^s	85	63
C................	6.23.43	»	24	5
F................	6.30.25	»	»	»

Cette première forte secousse n'a été précédée d'aucune autre; mais elle fut suivie d'un très grand nombre de chocs plus ou moins grands. Le même jour on a observé encore deux secousses violentes, dont l'une était de même intensité que la première ci-dessus. Voici les éléments de ces deux secousses d'après les indications de notre sismographe Mainka :

17 *novembre* 1914.

Phases.	Heure (t. m. c. Gr.).	Période.	Amplitude. A_{NE} (1).	Amplitude. A_{NW}.
	h m s			mm
P..............	10.42.10	»	»	22
L..............	10.42.14,5	»	»	38
M..............	10.42.21	2^s	»	60
C..............	10.43.14	4	»	20
F..............	10.53.22	»	»	»
			mm	m
P..............	13.20.18	»	16	5
L..............	13.20.22,5	2	48	23
M..............	13.20.22,5	2	48	23
F..............	12.29. 9	»	»	»

A Athènes, la première de ces trois fortes secousses était *ondulatoire* et

(1) La plume de la composante NE n'a pas fonctionné.

accompagnée d'un *bruit souterrain;* elle avait une *force* de 6 (échelle : Rossi-Forel), une *durée* de 15 secondes et une *direction* NW. Elle n'a produit que quelques dégâts insignifiants dans quelques maisons; au Pirée, quoique plus éloigné de l'épicentre, les résultats ont été plus sérieux. C'est, d'ailleurs, le cas ordinaire; les tremblements de terre en général sont, par suite de la constitution du sol, plus sensibles près du rivage qu'à Athènes même; le dernier grand sisme d'Atalante aussi, qui n'a endommagé aucun édifice d'Athènes, a produit quelques dégâts assez sérieux aux habitations du Phalère.

La *distance épicentrale* d'Athènes, calculée d'après la durée ($4^s,5$) de la première phase préliminaire, non seulement de la première grande secousse, mais aussi de celles des deux autres du 17 novembre 1914, est de 45^{km}; l'*épicentre* se trouve donc à environ 6^{km} au sud-est de Thèbes. Cette distance épicentrale coïncide aussi avec celle qui résulte de la position de l'épicentre, déduite de nos courbes isosistes, établies, avec les observations *directes*, bien nombreuses, envoyées à l'Observatoire de divers points de la Grèce par nos observateurs.

A Thèbes, la première secousse, qui a ruiné plusieurs maisons (20) et rendu inhabitables toutes les autres, avait une *force* de 9, une *direction* SN et une *durée* de 20-25 secondes; elle était accompagnée d'un *bruit souterrain*. En outre, le sisme a fortement endommagé et, en partie, ruiné les villages environnants : Spaïdes, Erimocastron, Dramsi, Dritza, Vagia, Palaeopanagia, Saint-Théodores, Pyri, Syrtzi, Vratzi, Néochorion. De même, les villes de Chalcis et Atalante ont subi quelques dégâts, ainsi que le village Larymne de la Locride.

La zone épicentrale, déduite de nos isosistes, a la forme d'une ellipse assez vaste, dont le grand axe, de direction EW, a une longueur de 50^{km}; le petit axe est de 30^{km}. Elle comprend presque toute la province de Thèbes, qui a subi partout à peu près les mêmes grands dégâts.

Outre les très nombreuses faibles secousses, qui ont suivi jusqu'ici les trois violentes du premier jour, les forts chocs aussi n'ont pas encore cessé à Thèbes; le 2 décembre on en a senti encore un qui a causé la chute de quelques maisons. Jusqu'au milieu de décembre, les sismographes de l'Observatoire ont enregistré environ 500 secousses venant du même épicentre, près de Thèbes; parmi ces secousses, 126 appartiennent au premier jour et 45 au deuxième.

La *longue durée* est un des caractères des sismes de cette région de la Grèce. Les secousses, qui ont commencé le 18 août 1853, ont continué plus

ou moins fortes jusqu'au mois de février 1854, soit pendant 6 mois; la période sismique, qui a commencé à Thèbes au mois de janvier 1892, avec des secousses faibles pendant sa première partie et très fortes ou destructives depuis le mois de mars 1893, a duré jusqu'au milieu de l'année 1893, soit pendant environ 17 mois. De même, le grand sisme de la Phocide du 1er août 1870 est caractérisé par la très longue durée, d'environ 3 ans, des secousses qui l'ont suivi.

SPÉLÉOLOGIE. — *Sur Mammoth Cave (Kentucky).*
Note de M. **E.-M. Martel**, présentée par M. L. De Launay.

Au début d'octobre 1912, j'ai passé 3 jours à Mammoth Cave (Kentucky) dont la bibliographie a été récemment donnée par Hovey et Call (*Spelunca*, nº 73, septembre 1913). Cette caverne, la plus grande du monde, a été jusqu'à présent l'objet d'incertitudes et d'erreurs résultant de l'opposition faite par les propriétaires à la publication de tout relevé topographique un peu précis.

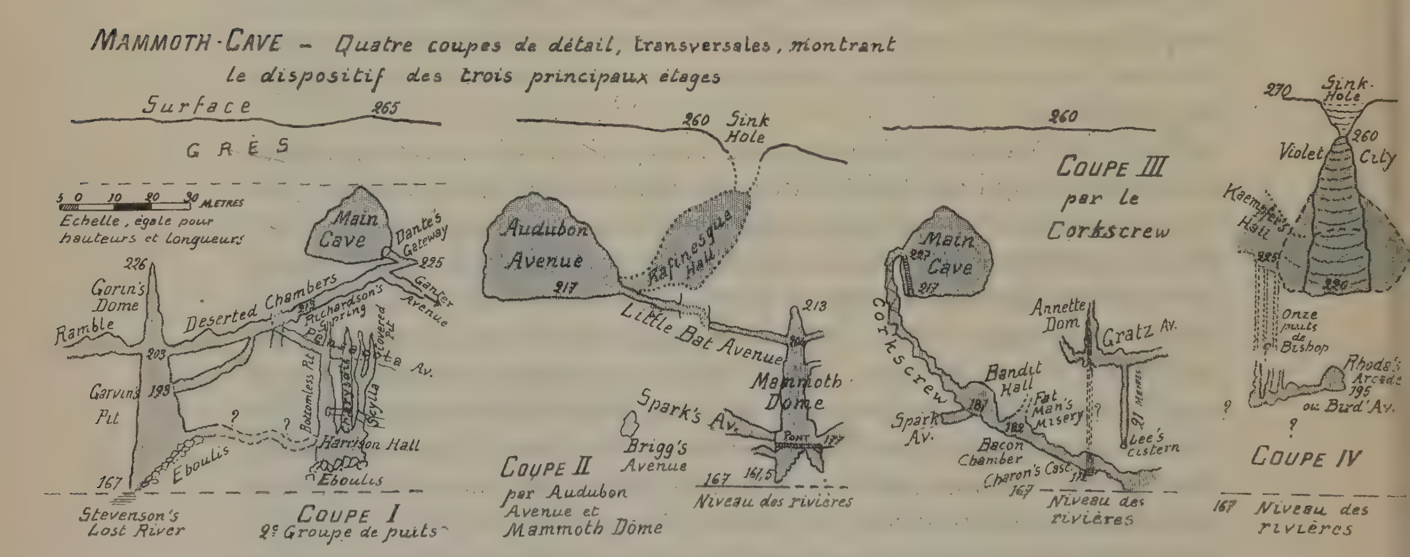
Il m'a été permis d'effectuer pour la première fois des observations barométriques qui ont fixé les altitudes relatives des divers étages; ainsi j'ai pu construire un essai de coupe synthétique générale (voir *Spelunca*, nº 74, décembre 1913) faisant connaître le réel dispositif de Mammoth Cave et expliquant sa formation. L'ensemble comprend : 1° une grande galerie supérieure, *Main Cave*, cours parfaitement caractérisé d'une ancienne rivière souterraine, aujourd'hui tarie, dont le radier est de 210^m à 225^m d'altitude en moyenne, et la voûte la plus élevée à 260^m (Violet City), à moins d'une dizaine de mètres du sol extérieur; plusieurs embranchements sont bloqués par de gros éboulis de grès provenant des *Sink-holes* (effondrements) de la surface; 2° entre 170^m et 210^m à 225^m, toute une série de galeries extrêmement complexes et de puits verticaux, dont aucun ne dépasse 60^m de profondeur totale, et qui relient ces galeries entre elles ainsi qu'avec les niveaux 1 et 3; 3° le niveau inférieur des rivières actuelles, à 167^m d'altitude, fonctionnant sous l'étroite dépendance du drainage de la Green River (à 164^m) et même des infiltrations de celle-ci en temps de crue.

Le courant primitif de Mammoth Cave s'est donc abaissé d'environ 60^m. L'écoulement souterrain actuel est beaucoup moins important que l'ancien.

L'issue de Main Cave était autrefois multiple, en forme de delta souter-

rain, dont plusieurs branches ont été reconnues et sont bloquées par des *Sink-holes*.

Les gouffres (Domes and Pits), juxtaposés en 4 ou 5 groupes de 6 à 12 chacun, ne sont que de grands abîmes intérieurs, pratiqués, dans des zones particulièrement fissurées du calcaire (subcarbonifère dinantien de Saint-Louis), aux dépens des diaclases préexistantes verticales élargies par les tourbillons d'eaux descendantes; ils ont drainé les étages supérieurs horizontaux, allongés surtout dans les joints de stratification. Toutes leurs ouvertures inférieures sont plus ou moins obstruées par des blocs de roche. Les fenêtres, par où des galeries intermédiaires débouchent dans leur sommet ou leur milieu, reproduisent identiquement les dispositions du gros aven de Canjuers (Var), du gouffre des Baumes-Chaudes (Lozère), de la grotte de Ganges (Hérault), de Pène Blanque (Haute-Garonne), etc. (*voir* les quatre coupes de détail ci-après.)



Il est très regrettable que de récents endiguements de la Green River, ayant relevé le niveau général des eaux souterraines, rendent impossible l'exploration méthodique, qui n'a jamais été faite, de tout le réseau hydrographique intérieur de Mammoth Cave.

Il est probable que les parties les plus éloignées (et les plus belles) de la caverne (Hovey's Cathedrals), révélées en 1848 et 1907, doivent communiquer, par des puits ou galeries à découvrir, avec les deux immenses

cavernes voisines de Colossal Cavern et de Salt Cave, situées à un niveau supérieur et dont l'exploration n'est pas achevée.

L'étendue totale et réelle des couloirs reconnus de Mammoth Cave est d'environ 100^{km}, au lieu des 48^{km} à 350^{km} *appréciés* jusqu'à présent.

A la surface du sol, entre Salt et Mammoth Cave, des traînées de gros graviers de quartz jalonnent le lit d'anciens cours d'eau pliocènes. C'est le même phénomène que les traînées de galets quartzeux des anciens cours du Tarn et de la Jonte à la surface des Causses Méjean et Noir (Lozère). Comme on retrouve ces graviers de quartz dans divers couloirs de Mammoth Cave, il est certain que plusieurs des sink-holes du Kentucky ne sont pas de simples effondrements (dans les grès de Chester), mais bien de véritables pertes ou points d'engouffrement anciens.

En résumé, Mammoth Cave a évolué selon trois niveaux principaux, sur une épaisseur moyenne de 90^{m} à 100^{m} (20^{m} à 30^{m} pour les grès et 70^{m} pour les calcaires).

A l'époque pliocène probablement, les puissants ruissellements descendus des Alleghanys à l'Est ravinèrent les plateaux, creusant les thalwegs de l'Ohio et de ses affluents. Certains défauts des grès constituèrent des goules d'absorption, des pertes de rivières, dont les emplacements oblitérés seraient à rechercher (principalement du côté de Salt Cave). Les courants ainsi infiltrés creusèrent d'abord (par corrosion, érosion et pression hydrostatique) l'immense et subhorizontale Main Cave, que draina longtemps la Green River, alors plus élevée qu'aujourd'hui. L'approfondissement de cette dernière abaissant le niveau de base, les fissures verticales du calcaire s'élargirent en puits qui soutirèrent les courants de Main Cave, etc., par des galeries intermédiaires; la perforation interne suivit synchroniquement la descente du creusement extérieur et le niveau actuel des rivières souterraines finit par être atteint. L'évidement souterrain marcha toujours parallèlement à celui des vallées extérieures et *tous deux sont de même âge*.

Comme les grottes d'Europe, Mammoth Cave prouve donc péremptoirement que la formation des cavernes est un phénomène plus ancien et plus continu qu'on ne le croyait naguère; et affecté d'une déchéance progressive, entièrement solidaire de la réduction incontestable des pluies depuis l'époque pliocène, puisque les étages inférieurs sont beaucoup plus petits que les supérieurs.

Il faut rectifier ce qu'on a dit de l'uniformité de la température à 54° F.

(12°,22 C.); on a observé des extrêmes de 11°,11 C. à 14°,44 C., soit un écart de 3°,33.

Il reste encore énormément à découvrir, à apprendre et à expliquer dans le labyrinthe interminable de Mammoth Cave et des autres cavernes voisines, connues ou non, qui lui sont certainement connexes.

ZOOLOGIE. — *Sur la morphologie de l'appareil génital femelle des Spiruridæ.* Note de M. **L.-G. Seurat**, présentée par M. Edmond Perrier.

La classification et les affinités des Nématodes parasites sont presque exclusivement établies sur la conformation des ailes caudales et des papilles génitales du mâle. Nous avons déjà montré, à propos des *Tropidocerca*, que la connaissance de la femelle, aussi bien que celle du mâle, permet de caractériser l'espèce; bien plus, l'étude de quelques Hétérakis et Physaloptères nous a permis de discerner les caractères différentiels très nets chez les femelles d'espèces dont les mâles offrent la plus grande similitude.

Dans cette Note, nous allons montrer comment l'appareil génital femelle des *Spiruridæ*, d'abord très simple, se complique de plus en plus, en présentant des modalités qui nous permettent de reconnaître les enchaînements des divers genres de cette famille.

Le type de structure le plus simple est réalisé chez un parasite du Chat ganté que nous avons nommé *Protospirura numidica :* la vulve, très grande, est située un peu au delà du milieu du corps et en rapport avec un ovéjecteur relativement court, rectiligne, ne présentant sur son trajet aucun réservoir propre à emmagasiner les œufs; les utérus sont opposés, l'un remontant vers l'avant jusque dans la région œsophagienne, tandis que l'utérus postérieur s'étend jusqu'au voisinage de la pointe caudale.

L'ovéjecteur comprend lui-même un vestibule, un sphincter et une trompe impaire; le vestibule et le sphincter sont caractérisés par leur paroi musculaire externe épaisse, tapissée antérieurement d'une membrane cuticulaire; le sphincter se distingue du vestibule par la plus grande épaisseur de son assise musculaire et surtout par l'existence de neuf cellules musculaires allongées dans le sens longitudinal de l'organe, qu'elles dépassent en débordant dans la cavité du vestibule; ces cellules, intimement recouvertes par la cuticule, facilitent par leur arrangement particulier la sortie des œufs arrivant de la trompe et s'opposent, par contre, au trajet inverse. La trompe impaire, musculo-épithéliale, qui fait suite au sphincter, est très courte.

Les *Spirura*, remarquables par l'existence dans la région œsophagienne,

d'un repli cutané qui leur permet de se fixer à la muqueuse de l'hôte, présentent une disposition des organes génitaux femelles presque identique à celle qui est réalisée chez le *Protospirura numidica;* nous les considérons comme un rameau latéral, peu différencié, issu de la souche des Spiruridés.

Les *Gongylonema*, Nématodes adaptés à un genre de vie particulier dans une galerie creusée dans la muqueuse de l'hôte, constituent également un rameau latéral issu des *Protospirura :* ils présentent la même disposition divergente des utérus que les formes précédentes, mais la vulve est très éloignée du milieu du corps et rapprochée de l'anus; la conséquence de ce déplacement de la vulve est un allongement démesuré de l'ovéjecteur qui, chez le *Gongylonema scutatum* Müller notamment, atteint presque la moitié de la longueur du corps (31^{mm} chez un individu de 70^{mm} de longueur totale) ([1]). Le *Viguiera euryoptera* (Rud.) appartient à ce rameau des *Gongylonema :* la vulve est voisine de l'anus et les utérus sont opposés; l'ovéjecteur est très allongé.

Chez les autres Spiruridés, le vestibule et le sphincter ne sont plus en ligne droite; le sphincter se recourbe en crosse, avant d'arriver au vestibule et se jette obliquement dans celui-ci. Cette disposition est réalisée chez les *Hartertia* Seurat, formes qui se rapprochent des *Protospirura* par la conformation identique de la bouche limitée par deux lèvres, et chez les *Habronema* dont la bouche est entourée de quatre lèvres.

Les *Habronema*, *groupe central* de la famille, sont remarquables par les transformations de l'ovéjecteur : chez les *Habronema* d'Oiseaux et chez l'*Habronema microstoma* (Schn.) du Cheval, la lumière du vestibule est étroite, cet organe ne servant pas à l'emmagasinement des œufs, qui le traversent sans s'y arrêter. Chez un autre parasite du Cheval, l'*Habronema muscæ* Dies., au contraire, le vestibule est différencié en un réservoir piriforme renfermant près de 200 œufs ([2]).

On peut, à partir des *Habronema*, établir deux séries divergentes : dans l'une, la vulve se déplace vers l'arrière et a tendance à se rapprocher de l'anus, tandis que dans l'autre la vulve remonte vers l'extrémité céphalique; en même temps, on observe une modification dans la disposition des

---

([1]) Les affinités des *Protospirura*, *Spirura* et *Gongylonema* se manifestent, en outre, par la similitude des larves.

([2]) L'*Habronema muscæ* est une forme déjà très évoluée; on ne peut donc pas le prendre comme type du genre *Habronema;* l'*Habronema leptoptera* (Rud.) serait mieux choisi.

utérus qui, chez les formes les plus évoluées de la famille, n'ont plus la disposition opposée, mais courent côte à côte dans toute la longueur du corps; cette dernière disposition est évidemment plus favorable pour l'accumulation d'un très grand nombre d'œufs.

La première série comprend les *Cyrnea;* chez le *Cyrnea excisa* (Molin), la vulve est encore située au milieu du corps, mais le vestibule est différencié en un vaste réservoir piriforme de $1^{mm},6$ de longueur; les utérus, parallèles, remontent jusque dans la région œsophagienne. Chez le *Cyrnea eurycerca* Seurat, la vulve est, au contraire, rapprochée de l'anus.

Les *Tropidocerca,* remarquables par leur genre de vie, paraissent devoir être rattachés à cette série; la vulve est voisine de l'anus et les utérus sont parallèles.

La seconde série comprend les *Physocephalus*, les *Arduenna* et les *Spirocerca*. Le *Physocephalus sexalatus* (Molin) est une forme très curieuse par les variations qu'elle présente dans la position de la vulve; celle-ci est située tantôt au tiers antérieur, tantôt au milieu du corps, tantôt au tiers postérieur; le vestibule est différencié en un organe piriforme où sont amassés plusieurs centaines d'œufs; les utérus ont encore la disposition opposée, primitive.

Les *Spirocerca* représentent, dans cette série, le terme correspondant aux *Cyrnea :* la vulve est située dans la région œsophagienne et des utérus courent parallèlement vers l'arrière.

Les considérations qui précèdent ont d'autant plus d'intérêt qu'elles sont confirmées par l'embryogénie. L'ovéjecteur si simple des *Protospirura* et des *Spirura* nous montre, réalisée chez l'adulte, une disposition transitoire de l'ovéjecteur de formes plus évoluées au point de vue parasitaire, telles que le *Spirocerca sanguinolenta* (Rud.); en effet, l'ovéjecteur de celui-ci apparaît, chez la larve du quatrième stade, comme une simple invagination cuticulaire; à un stade plus avancé, le vestibule et le sphincter sont différenciés et en rapport avec une trompe impaire très courte; cet ovéjecteur rectiligne de la larve du Spiroptère du Chien présente la plus frappante ressemblance avec celui des *Protospirura* et des *Spirura* adultes. Dans la suite du développement, il se produit dans la région initiale du sphincter une double courbure en S qui a pour effet d'amener à la structure définitive; en même temps, la branche impaire de la trompe s'allonge considérablement.

Les affinités et l'enchaînement des divers genres de la famille des *Spiruridæ*, si difficiles à saisir par la morphologie externe, se trouvent ainsi mis en évidence par l'étude de la constitution de l'appareil génital femelle, de l'ovéjecteur en particulier. Cette étude nous permet d'établir une série phylogénétique et nous indique quels sont les types les plus primitifs de la famille, ceux qu'on doit plus spécialement envisager pour établir les affinités avec les autres Nématodes.

M. **Marcel Baudouin** adresse une Note intitulée : *Fréquence de la bifidité des racines des dents monoradiculaires chez l'Homme de la Pierre polie.*

M. **Jules Amar** adresse une Note intitulée : *Sur l'alimentation des troupes en campagne pendant l'hiver.*

(Renvoi à la Commission de Médecine, Chirurgie, Hygiène et à la Commission d'Alimentation.)

A 16 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances des 23 et 30 novembre 1914.

Les classiques de la Science : Tome VI, *Fusion du platine et dissociation*, par H. Sainte-Claire Deville et ses élèves; Tome VII, *Le Fluor*, par H. Moissan, publiés sous la direction de MM. H. Abraham, H. Gauthier, H. Le Chatelier, J. Lemoine. Paris, Armand Colin, 1914; 2 vol. in-8°, brochés. (Hommage de M. Le Chatelier.)

Notice sur la localisation des corps étrangers dans l'organisme par la radiographie et sur la manière de traiter les ampoules à rayons X, rédigée par M. Pierre Weiss, à l'aide de documents fournis par le Dr Desterne et Mme Curie, publiée par le Patronage national des blessés, 45, rue d'Ulm, à Paris; 1 fasc.

Antonio Cabreira, seus Servicos e Consagracões, factos e documentos colligidos e publicados por iniciativa dos seus Condiscipulos no Liceu de Lisboa, em 1888-1889. Lisboa, 1904; 1 vol. in-8°.

Ueber die Molekularattraktion, II, von K. K. Järvinen. Helsinki, 1914, Suomalaisen Tiedeakatemian Kustantama; 1 fasc.

Report on the progress and condition of the United States national Museum for

the year ending june 30, 1913. Washington, Government Printing Office, 1914; 1 vol. in-8°.

Report on the Work Carried out bey the S. S. « Scotia », 1913, *with Maps, Charts and Diagrams.* London, printed under the authority of his Majesty's stationery Office, by DARLING and SON, Limited, Bacon Street, E, 1914; 2 fasc. in-4°.

ERRATA.

—

(Séance du 14 décembre 1914.)

Note de M. *Pierre Duhem*, Sur le paradoxe hydrodynamique de M. Brillouin :

Page 792, ligne 25, *au lieu de* $r^2 u^2$, $r^2 v^2$, $r^2 w^2$, *lire* $r^2 u$, $r^2 v$, $r^2 w$.

FIN DU TOME CENT-CINQUANTE-NEUVIÈME.